

3学年数学 定期テスト③ 模範解答・解説

過去問リメイク版（2023・2024・2025年度 出題内容より／数値変更） 満点100点

配点 知識・技能 46点（知技1：2点×8＝16／知技2：2点×6＝12／知技3：2点×4＝8／知技4：2点×3＝6／知技5：2点×2＝4）

思考・判断・表現 54点（考1～考6：3点×2×6＝36／考7：3点×3＝9／考8：3点×3＝9）

合計 100点

知技 1 二次方程式を解く [各2点／計16点]

(1)	$x = \pm 3$	$4x^2=36 \rightarrow x^2=9 \rightarrow x=\pm 3$
(2)	$x = \pm 4$	$3x^2=48 \rightarrow x^2=16 \rightarrow x=\pm 4$
(3)	$x = 5 \pm \sqrt{7}$	$x-5=\pm\sqrt{7} \rightarrow x=5\pm\sqrt{7}$
(4)	$x = 5$	$(x-5)^2=0 \rightarrow x=5$ （重解。 $x=\pm 5$ は誤り）
(5)	$x = -3, -4$	かけて12・たして7 $\rightarrow (x+3)(x+4)=0$
(6)	$x = 7, -4$	かけて-28・たして-3 $\rightarrow (x-7)(x+4)=0$
(7)	$x = -3 \pm \sqrt{7}$	$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36-8}}{2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{7}}{2} = -3 \pm \sqrt{7}$ ※約分し忘れに注意
(8)	$x = \frac{5 \pm \sqrt{33}}{4}$	$a=2, b=-5, c=-1 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25+8}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{33}}{4}$

知技 2 $y=ax^2$ の基本 [各2点／計12点]

(1)	$y = -3x^2$	求め方 $y=ax^2$ に $x=2, y=-12$ を代入 $\rightarrow -12=4a \rightarrow a=-3$
(2)	$y = -48$	求め方 $y=-3 \times (-4)^2 = -3 \times 16 = -48$ （負の数の2乗は正）
(3)	$S = \pi r^2$	円の面積＝半径×半径×円周率
(4)	25	求め方 $\frac{5 \times 4^2 - 5 \times 1^2}{4-1} = \frac{80-5}{3} = 25$ （ $a(p+q)=5(1+4)=25$ でも可）
(5)	$-18 \leq y \leq -2$	求め方 変域に0を含まない。 $x=1 \rightarrow y=-2$ （最大）、 $x=3 \rightarrow y=-18$ （最小）
(6)	$0 \leq y \leq 8$	求め方 変域に0を含むので最小は $y=0$ 。 $ x $ 最大は $x=-4 \rightarrow y = \frac{1}{2} \times 16 = 8$

知技 3 グラフの選択 [各2点／計8点]

①	ア、イ、ウ、オ	$y=ax^2$ の形のもの。エは一次関数、カは反比例。完答で2点
②	ア、ウ	$a>0$ のとき下に凸（上に開く）。ア $a=2$ 、ウ $a=\frac{1}{4}$ 。完答で2点
③	ウ	$ a $ が小さいほどグラフの開き方は大きい。 $ 2 , -\frac{1}{3} , \frac{1}{4} , -2 $ のうち最小は $\frac{1}{4}$

④	才	x 軸について対称 ⇔ a の符号だけが逆。ア $y=2x^2 \rightarrow y=-2x^2$
---	---	--

知技 4 斜面を転がるボール [各2点／計6点]

(1)	$y = 3x^2$	求め方 $x=1$ のとき $y=3 \rightarrow 3=a \times 1^2 \rightarrow a=3$ 。 $x=2$ で 12、 $x=3$ で 27 も成立
(2)	75 m	求め方 $y=3 \times 5^2=3 \times 25=75$
(3)	毎秒 21 m	求め方 $\frac{3 \times 5^2 - 3 \times 2^2}{5-2} = \frac{75-12}{3} = 21$ (平均の速さ=変化の割合)

知技 5 相似な図形 [各2点／計4点]

(1)	2 : 3	求め方 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ より対応する辺は AB と DE。AB : DE = 8 : 12 = 2 : 3
(2)	EF = 15 cm	求め方 BC と EF が対応する。BC : EF = 2 : 3 $\rightarrow 10 : EF = 2 : 3 \rightarrow 2EF = 30 \rightarrow EF = 15$

※ 図は 1cm=10px の正確な縮尺で作図してある (AB=80px, AC=60px, BC=100px/DE=120px, DF=90px, EF=150px)。辺の比はいずれも 2 : 3 で一致する。

考1 解から係数を求める [各3点/計6点]

(1)	$a = 4, b = -21$	求め方 解が3と-7 $\rightarrow (x-3)(x+7)=0 \rightarrow x^2+4x-21=0$。よって $a=4, b=-21$。 〔別解〕 $x=3, x=-7$ をそれぞれ代入して $9+3a+b=0, 49-7a+b=0$ を連立。 採点 a, b 両方正解で3点 (片方のみは1点)
(2)	$a = 3$, もう1つの解 $x = 6$	求め方 $x=-3$ を代入 $\rightarrow (-3)^2-a \times (-3)-18=0 \rightarrow 9+3a-18=0 \rightarrow 3a=9 \rightarrow a=3$。 もとの式は $x^2-3x-18=0 \rightarrow (x-6)(x+3)=0 \rightarrow x=6, -3$。もう1つの解は $x=6$。 採点 a と解の両方正解で3点

考2 変域と変化の割合 [各3点/計6点]

(1)	$a = -2$	求め方 y の最大値が0なので $a < 0$ (上に凸)。変域 $-2 \leq x \leq 3$ に0を含むため $x=0$ で $y=0$ (最大)。 最小は x が最大の $x=3$ のとき $\rightarrow 9a=-18 \rightarrow a=-2$。 確認: $x=-2$ のとき $y=-2 \times 4=-8$ で $-18 \leq -8 \leq 0$ を満たす。
(2)	$a = 3$	求め方 $y=2x^2$ で x が $a \rightarrow a+3$ のときの変化の割合は $2\{a+(a+3)\}=4a+6$。 $4a+6=18 \rightarrow 4a=12 \rightarrow a=3$。 確認: $y(3)=18, y(6)=72 \rightarrow (72-18) \div (6-3)=18 \checkmark$

考3 連続する3つの自然数 [各3点/計6点]

(1)	$x^2 = (x+1) + (x+2)$ ($x^2-2x-3=0$ でも可)	求め方 3つの数は $x, x+1, x+2$。「最小の数の2乗=残り2数の和」を式にする。
(2)	3, 4, 5	求め方 $x^2=2x+3 \rightarrow x^2-2x-3=0 \rightarrow (x-3)(x+1)=0 \rightarrow x=3, -1$。 x は自然数だから $x=3$。よって 3, 4, 5。 確認: $3^2=9, 4+5=9 \checkmark$ 採点 $x=-1$ を解として残しているものは減点 (-1点)

考4 二次方程式の利用 (図形) [各3点/計6点]

(1)	5 cm と 12 cm	求め方 たての長さを x cm とすると、周の長さが34cmよりよこは $(17-x)$ cm。 $x(17-x)=60 \rightarrow x^2-17x+60=0 \rightarrow (x-5)(x-12)=0 \rightarrow x=5, 12$。 どちらも $0 < x < 17$ を満たし、同じ長方形を表す。よって2辺は5cmと12cm。 確認: 周 $=2(5+12)=34 \checkmark$ 面積 $=5 \times 12=60 \checkmark$
(2)	2 m	求め方 道をはしに寄せると、残りの土地はたて $(12-x)$ m、よこ $(16-x)$ m の長方形。 $(12-x)(16-x)=140 \rightarrow x^2-28x+192=140 \rightarrow x^2-28x+52=0$ $x = \frac{28 \pm \sqrt{784-208}}{2} = \frac{28 \pm 24}{2} = 26, 2$。 $0 < x < 12$ より $x=2$。 確認: $10 \times 14=140 \checkmark$ 採点 $x=26$ を除いていないものは-1点

考5 動点と面積 [各3点／計6点]

(1)	$y = -x^2 + 5x$	求め方 x 秒後、$AP=2x$ cm だから $PB=10-2x$ cm、$BQ=x$ cm。 $\angle B=90^\circ$ なので $y = \frac{1}{2} \times (10-2x) \times x = 5x - x^2$。 [$y=x(5-x)$ でも可] ($0 \leq x \leq 5$)
(2)	2 秒後 と 3 秒後	求め方 $-x^2 + 5x = 6 \rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow (x-2)(x-3) = 0 \rightarrow x=2, 3$。 どちらも $0 \leq x \leq 5$ を満たすので両方が答え。 確認: $x=2 \rightarrow PB=6, BQ=2 \rightarrow 6 \checkmark$ $x=3 \rightarrow PB=4, BQ=3 \rightarrow 6 \checkmark$ 採点 両方書けて3点 (片方のみ1点)

考6 変化の割合・変域の応用 [各3点／計6点]

(1)	$a = \frac{1}{2}$	求め方 $y=ax^2$ で x が $2 \rightarrow 4$ のときの変化の割合は $a(2+4)=6a$。 一次関数 $y=3x+5$ の変化の割合は傾きの 3。 $6a=3 \rightarrow a=\frac{1}{2}$
(2)	$a = 1, -3$	求め方 $y=-x^2$ は上に凸。最大値が -1 ($\neq 0$) なので変域に $x=0$ を含まない。 (i) $a>0$ のとき: y は減少。最大 $-a^2=-1 \rightarrow a=1$、最小 $-(a+2)^2=-9 \rightarrow a+2=3 \checkmark$ (ii) $a+2<0$ のとき: y は増加。最大 $-(a+2)^2=-1 \rightarrow a+2=-1 \rightarrow a=-3$、最小 $-a^2=-9 \checkmark$ よって $a=1, -3$。採点 両方そろって3点 (片方のみ1点)

考7 放物線と直線 (1) [各3点/計9点]

(1)	$a = \frac{1}{2}$	求め方 $y=ax^2$ に $A(-2, 2)$ を代入 $\rightarrow 2=a \times (-2)^2=4a \rightarrow a=\frac{1}{2}$
(2)	$y = x + 4$	求め方 B は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上で $x=4 \rightarrow y=\frac{1}{2} \times 16=8$ 。よって $B(4, 8)$ 。 傾き $= \frac{8-2}{4-(-2)} = \frac{6}{6} = 1$ 。 $y=x+b$ に $A(-2, 2)$ を代入 $\rightarrow 2=-2+b \rightarrow b=4$ 。 〔公式 $y=a(p+q)x-apq = \frac{1}{2}(-2+4)x - \frac{1}{2} \times (-2) \times 4 = x+4$ でも可〕
(3)	12 cm^2	求め方 直線 AB と y 軸の交点 C は $x=0$ を代入して $C(0, 4)$ 。 $OC=4$ 。 OC を底辺とみて $\triangle OAC$ の高さは $ -2 =2$ 、 $\triangle OBC$ の高さは $ 4 =4$ 。 $\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 4 + 8 = 12$

【図の検算】 原点 $O=(160, 320)\text{px}$ 、1目もり=30px。 $A(-2, 2) \rightarrow (100, 260)\text{px}$ 、 $B(4, 8) \rightarrow (280, 80)\text{px}$ 、 $C(0, 4) \rightarrow (160, 200)\text{px}$ 。

直線 AB は端点 $(55, 305) \sim (310, 50)\text{px}$ (傾き -1)。 $(100, 260)$ 、 $(280, 80)$ 、 $(160, 200)$ をすべてちょうど通り、**ずれは 0px**。

放物線は $y=\frac{1}{2}x^2$ ($x=-4.4 \sim 4.4$) を2次ベジエ曲線で厳密に描いてある。交点は $\frac{1}{2}x^2=x+4 \rightarrow x^2-2x-8=0 \rightarrow x=-2$ ，
4 で、図上の A、B と一致する。

考8 放物線と直線 (2) [各3点/計9点]

(1)	A (-1, 1) B (3, 9)	求め方 $x^2=2x+3 \rightarrow x^2-2x-3=0 \rightarrow (x+1)(x-3)=0 \rightarrow x=-1, 3$ 。 $y=x^2$ に代入して $y=1$ 、 $y=9$ 。A の x 座標の方が小さいので $A(-1, 1)$ 、 $B(3, 9)$ 。 採点 2点とも正しくて3点 (片方のみ1点)
(2)	6 cm^2	求め方 直線 ℓ と y 軸の交点を D とすると $x=0$ で $y=3 \rightarrow D(0, 3)$ 、 $OD=3$ 。 OD を底辺とみて $\triangle OAD$ の高さは $ -1 =1$ 、 $\triangle OBD$ の高さは $ 3 =3$ 。 $\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 3 \times 1 + \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = 6$
(3)	$y = 5x$	求め方 頂点 O を通って $\triangle OAB$ の面積を2等分する直線は、向かいあう辺 AB の中点を通る。 中点 M は $\frac{-1+3}{2}=1$ 、 $\frac{1+9}{2}=5$ より $M(1, 5)$ 。 原点を通るので $y=mx$ とおき、 $5=m \times 1 \rightarrow m=5$ 。よって $y=5x$

【図の検算】 原点 $O=(160, 320)\text{px}$ 、1目もり=30px。 $A(-1, 1) \rightarrow (130, 290)\text{px}$ 、 $B(3, 9) \rightarrow (250, 50)\text{px}$ 。

直線 ℓ は端点 $(100, 350) \sim (265, 20)\text{px}$ (傾き -2 、これは実際の傾き 2 を px に直した値)。 $(130, 290)$ と $(250, 50)$ をちょうど通り、**ずれは 0px**。y 切片 $(0, 3) \rightarrow (160, 230)\text{px}$ も直線上 ($350-2 \times 60=230$) で一致。

放物線は $y=x^2$ ($x=-3.16 \sim 3.16$) を2次ベジエ曲線で厳密に描いてある。連立 $x^2=2x+3$ の解 $x=-1, 3$ が図上の交点と一致する。

配点一覧 [合計100点]

大問	知技 1	知技 2	知技 3	知技 4	知技 5	考 1	考 2	考 3	考 4	考 5	考 6	考 7	考 8	合 計
----	---------	---------	---------	---------	---------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

小問 数	8	6	4	3	2	2	2	2	2	2	2	3	3	41
配点	16	12	8	6	4	6	6	6	6	6	6	9	9	100

知識・技能 46点 + 思考・判断・表現 54点 = 合計 100点