

3学年数学 定期テスト④ 模範解答・解説

過去問リメイク版（2023・2024・2025年度 出題内容より／数値変更） 単元：相似な図形・平行線と線分の比・円周角 満点 100点

【配点表】

知識・技能（60点） 知技1 2点×6＝12点／知技2 3点×5＝15点／知技3 2点×6＝12点／知技4 3点×3＝9点／知技5 3点×4＝12点 小計 60点
思考・判断・表現（40点） 考1 2点×3＝6点／考2 6点／考3 3点×2＝6点／考4 3点×2＝6点／考5 3点×2＝6点／考6 3点×2＝6点／考7 4点 小計 40点
合計 60点＋40点＝100点（小問数 37問）

知技1 相似な図形の基本 [各2点／計12点]

(1)	3 : 4	AB:DE = 6:8 = 3:4（対応する辺の比）
(2)	$8\sqrt{3}\text{ cm}$	BC:EF = 3:4 より $6\sqrt{3}:EF = 3:4 \rightarrow 3EF = 24\sqrt{3} \rightarrow EF = 8\sqrt{3}$
(3)	16 cm	CA:FD = 3:4 より $12:FD = 3:4 \rightarrow 3FD = 48 \rightarrow FD = 16$
(4)	30°	$\angle C = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ$ 。 $\angle F$ は $\angle C$ に対応するので $\angle F = 30^\circ$ （辺の長さとも整合：AB=6 は斜辺 CA=12 の半分で、30°-60°-90° の三角形）
(5)	15 cm	AB:EF = 2:5 より $6:EF = 2:5 \rightarrow 2EF = 30 \rightarrow EF = 15$
(6)	110°	$\angle C$ は $\angle G$ に対応する角。対応する角は等しいので $\angle C = 110^\circ$

ポイント 相似比は「対応する辺の比」。対応する角の大きさは相似比に関係なく等しい ((4)(6))。辺を求めるときは必ず「対応する辺どうし」で比例式を立てる。

知技2 平行線と線分の比 [各3点／計15点]

①	x = 10	DE // BC より AD:DB = AE:EC $\rightarrow 4:8 = 5:x \rightarrow 4x = 40 \rightarrow x = 10$
②	x = 9	AD:DB = AE:EC $\rightarrow 6:x = 4:6 \rightarrow 4x = 36 \rightarrow x = 9$
③	x = 9	AE:EB = 1:2。EF = AD + $\frac{AE}{AB} \times (BC - AD) = 6 + \frac{1}{3} \times (15 - 6) = 6 + 3 = 9$
④	x = 6	p // q // r より $12:8 = 9:x \rightarrow 12x = 72 \rightarrow x = 6$
⑤	x = 12	AB // DC より $\triangle OAB \sim \triangle OCD$ 、相似比 AB:DC = 6:9 = 2:3。OB:OD = 2:3 $\rightarrow 8:x = 2:3 \rightarrow 2x = 24 \rightarrow x = 12$

ポイント ③は「台形の中に引いた平行線」。△ABD の中点連結型ではないので、AD と BC の差を AE:AB の割合で分けると考えると速い。

別解 (③) : 対角線 AC を引き、EF との交点を M とする。△ABC で $EM \parallel BC$ 、 $AE:AB = 1:3$ より $EM = 15 \times \frac{1}{3} = 5$ 。△CAD で $MF \parallel AD$ 、 $CF:CD = 2:3$ より $MF = 6 \times \frac{2}{3} = 4$ 。 $EF = 5 + 4 = 9$ ✓

知技3 円周角 [各2点/計12点]

①	$x = 60^\circ$	弧ABに対する中心角 120° 、円周角 $\angle ACB = x$ 。 $x = 120^\circ \div 2 = 60^\circ$
②	$x = 76^\circ$	円周角 $\angle ACB = 38^\circ$ 、中心角 $\angle AOB = x$ 。 $x = 38^\circ \times 2 = 76^\circ$
③	$x = 63^\circ$	ABが直径だから $\angle ACB = 90^\circ$ (半円の弧に対する円周角)。 $x = 180^\circ - 90^\circ - 27^\circ = 63^\circ$
④	$x = 54^\circ$	$\angle ACB$ と $\angle ADB$ はどちらも弧ABに対する円周角。同じ弧に対する円周角は等しいので $x = 54^\circ$
⑤	$x = 40^\circ$	$OA = OB$ (半径) より $\triangle OAB$ は二等辺三角形。 $x = (180^\circ - 100^\circ) \div 2 = 40^\circ$
⑥	$x = 65^\circ$	$\triangle PAB$ で、 $\angle PAB = \angle CAB = 40^\circ$ 、 $\angle PBA = \angle DBA = 25^\circ$ 。 x ($= \angle APD$) は $\triangle PAB$ の外角だから $x = 40^\circ + 25^\circ = 65^\circ$

ポイント 円周角 = 中心角 $\div 2$ (①②)、同じ弧の円周角は等しい (④)、半円の弧に対する円周角は 90° (③) の3つが基本。

⑤は円周角ではなく「半径が2本 $\Rightarrow$ 二等辺三角形」。中心角 100° を2で割って 50° としないこと。

⑥の「弦の交点にできる角」は、**三角形の外角**としてとらえるのがいちばん速い。

知技4 円周角の応用 [各3点/計9点]

(1)	$x = 22^\circ$	弧BEに対する円周角 $\angle BAE = 66^\circ$ なので 弧BEの中心角は 132° 。弧BC=弧CD=弧DEより、弧BCの中心角は $132^\circ \div 3 = 44^\circ$ 。 $x = \angle BAC = 44^\circ \div 2 = 22^\circ$ ($= 66^\circ \div 3 = 22^\circ$ と考えてもよい。等しい弧に対する円周角は等しい)
(2)	$x = 65^\circ$	$OA = OB$ (半径) より $\triangle OAB$ は二等辺三角形、 $\angle OAB = \angle OBA = 25^\circ$ 。 $OA = OC$ (半径) より $\triangle OAC$ は二等辺三角形、 $\angle OAC = \angle OCA = 40^\circ$ 。 $x = \angle BAC = \angle OAB + \angle OAC = 25^\circ + 40^\circ = 65^\circ$
(3)	$x = 45^\circ$	$\triangle APD$ で、 $\angle APB$ は頂点Pにおける外角だから $\angle APB = \angle PAD + \angle PDA \rightarrow 80^\circ = x + 35^\circ \rightarrow x = 80^\circ - 35^\circ = 45^\circ$

ポイント (1) 等しい弧に対する円周角は等しいので、 $\angle BAE$ を3等分すればよい ($66^\circ \div 3 = 22^\circ$)。検算：中心角で見ると 弧BC=弧CD=弧DE= 44° 、合計 132° 、円周角 66° ✓

(2) 中心Oと円周上の点を結んだ線が出てきたら、まず「半径どうしは等しい $\Rightarrow$ 二等辺三角形」を疑う。

(3) 検算：弧AB = $35^\circ \times 2 = 70^\circ$ 、弧CD = $45^\circ \times 2 = 90^\circ$ 。 $\angle APB = (70^\circ + 90^\circ) \div 2 = 80^\circ$ ✓

知技5 相似な図形の面積比・体積比 [各3点/計12点]

(1)	50 cm^2	相似比 3:5 $\rightarrow$ 面積比 $3^2:5^2 = 9:25$ 。 $18:Y = 9:25 \rightarrow 9Y = 450 \rightarrow Y = 50$
(2)	16 cm^3	相似比 2:3 $\rightarrow$ 体積比 $2^3:3^3 = 8:27$ 。 $P:54 = 8:27 \rightarrow 27P = 432 \rightarrow P = 16$

(3)	80 cm ²	相似比 = 半径の比 = 3:4 → 表面積比 $3^2:4^2 = 9:16$ 。45:G = 9:16 → 9G = 720 → G = 80
(4)	5 : 6	体積比 $125:216 = 5^3:6^3$ なので、相似比は 5:6

ポイント 相似比 $m:n$ のとき、**面積比（表面積比）** = $m^2:n^2$ 、**体積比** = $m^3:n^3$ 。(4) のように体積比から相似比を戻すときは**3乗根**を考える ($8=2^3$ 、 $125=5^3$)。

考1 相似の証明（穴うめ） [各2点／計6点]

ア	∠CAB (∠BACでも可)	∠Aは△ABDと△ACBに共通な角。△ACBの側の表し方で答える。
イ	2組の角	相似条件の3つのうち、角が2組等しいことを示したので「2組の角」。
ウ	AD	△ABD ∽ △ACB は A↔A、B↔C、D↔B の対応。AB (△ABD) に対応するのは AC、AD (△ACB) に対応するのは AB。よって AB:AC = AD:AB。 この式から $AB^2 = AC \times AD$ も導ける。

【完成した証明】

△ABD と △ACB において

仮定より、∠ABD = ∠ACB ……①

共通な角だから、∠BAD = ∠CAB ……②

①、②より、**2組の角**がそれぞれ等しいので

△ABD ∽ △ACB

採点のポイント ア・イは「∠」をつけて3文字の形（∠ACB など）で書けていれば正解。2文字（∠A など）は、どの角か特定できないので不正解とする。ウは「2組の角がそれぞれ等しい」まで書いてあればもちろん正解。「2辺の比とその間の角」などは誤り。

考2 相似の証明（記述） [6点]

【模範解答例】

△ABE と △FCE において

平行四辺形の対辺は平行だから AB ∥ DC すなわち AB ∥ FC

平行線の同位角は等しいので ∠ABE = ∠FCE ……①

共通な角だから ∠AEB = ∠FEC ……②

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいので

△ABE ∽ △FCE

採点のポイント（6点）

- ① 「△ABE と △FCE において」と、対応順をそろえて書き出している …… 1点
- ② AB ∥ DC (AB ∥ FC) を **平行四辺形の性質**として根拠づけている …… 1点
- ③ ∠ABE = ∠FCE を **同位角**（平行線の性質）を根拠に示している …… 2点
- ④ ∠AEB = ∠FEC を **共通な角**として示している …… 1点
- ⑤ 「2組の角がそれぞれ等しい」と結論づけている …… 1点

よくある誤り ∠ABE = ∠FCE を「錯角」としてしまう（E は B・C と同じ直線上にあり、AE が平行線 AB・

FC を切る形なので**同位角**)。また、 $\angle BAE = \angle CFE$ を錯角として使う答案も、 $\angle AEB = \angle FEC$ と合わせて2組の角が示せていれば正解とする。

考3 中点連結定理 [各3点／計6点]

(1)	5 cm	$\triangle ABC$ で、P、Q はそれぞれ AB、BC の中点。中点連結定理より $PQ = \frac{1}{2}AC$ $= \frac{1}{2} \times 10 = 5$
(2)	24 cm	同様に $SR = \frac{1}{2}AC = 5$ ($\triangle ACD$)、 $QR = PS = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 14 = 7$ ($\triangle BCD$ 、 $\triangle ABD$)。 周の長さ $= 5 + 7 + 5 + 7 = 24$

ポイント 四角形の各辺の中点を結んでできる四角形 PQRS は、向かい合う辺がそれぞれ AC、BD に平行で長さが半分になるので、**つねに平行四辺形**になる。周の長さ $= AC + BD = 10 + 14 = 24$ と一気に求めてもよい。

考4 平行線と比の応用 [各3点/計6点]

(1)	4 cm	補助線 DE を引く。 $BE = EF$ なので E は BF の中点、D は AB の中点だから、$\triangle ABF$ で中点連結定理より $DE \parallel AF$ かつ $DE = \frac{1}{2}AF$ ……① 次に $\triangle CDE$ を見る。G は辺 CD 上、F は辺 CE 上にあり、$GF \parallel DE$ だから $\triangle CGF \sim \triangle CDE$。 $EF = FC$ より $CF:CE = 1:2$ なので $GF = \frac{1}{2}DE$ ……② ①②より $GF = \frac{1}{4}AF$、よって $AG:GF = 3:1$。 $12:GF = 3:1 \rightarrow 3GF = 12 \rightarrow \mathbf{GF = 4}$
(2)	8 cm	$AD \parallel BC$ より $\triangle OAD \sim \triangle OCB$、相似比 $AD:CB = 6:12 = 1:2$。よって $AO:OC = 1:2$。 $\triangle ABC$ で $OP \parallel BC$ だから $AO:AC = OP:BC \rightarrow 1:3 = OP:12 \rightarrow OP = 4$。 同様に $\triangle DBC$ で $OQ \parallel BC$、$DO:DB = 1:3$ だから $OQ = 4$。 $PQ = OP + OQ = 4 + 4 = \mathbf{8}$

ポイント (検算)

- (1) BC を 3 等分した点が E, F 。 $BE:EF:FC = 1:1:1$ 。 $AG:GF = 3:1$ なので $AF = 12 + 4 = 16\text{cm}$ 。
(2) 台形の対角線の交点を通り底辺に平行な線分 PQ の長さは、公式 $PQ = \frac{2 \times AD \times BC}{AD + BC} = \frac{2 \times 6 \times 12}{6 + 12} = \frac{144}{18} = 8$ でも確認できる。✓

考5 平行四辺形と面積比 [各3点/計6点]

(1)	2 : 3	$AD \parallel BC$ より $AD \parallel BE$ なので、錯角が等しく $\triangle FBE \sim \triangle FDA$。 $BE = \frac{2}{3}BC = \frac{2}{3}AD$ だから $BE:DA = 2:3$。よって $BF:FD = \mathbf{2:3}$
(2)	6 cm ²	対角線 BD は平行四辺形を2等分するので $\triangle ABD = 30 \div 2 = 15(\text{cm}^2)$。 $\triangle ABF$ と $\triangle AFD$ は高さが等しいので、面積比 = $BF:FD = 2:3$。 $\triangle ABF = 15 \times \frac{2}{2+3} = 15 \times \frac{2}{5} = \mathbf{6}$

考6 放物線と直線 [各3点/計6点]

(1)	$a = \frac{1}{4}$, $b = 3$	$y = ax^2$ に $A(-2, 1)$ を代入 : $1 = a \times (-2)^2 = 4a \rightarrow a = \frac{1}{4}$ $y = x + b$ に $A(-2, 1)$ を代入 : $1 = -2 + b \rightarrow b = 3$
(2)	12 cm ²	交点を求める : $\frac{1}{4}x^2 = x + 3 \rightarrow x^2 = 4x + 12 \rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \rightarrow (x-6)(x+2) = 0$ $x = 6, -2$ なので B の x 座標は 6、$y = 6 + 3 = 9$ より $B(6, 9)$。

		直線 l と y 軸との交点を C とすると $C(0, 3)$ 、 $OC = 3$ 。 $\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 + \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 3 + 9 = 12$
--	--	---

ポイント (2) の分け方は「 y 軸で2つの三角形に切る」。底辺を $OC=3$ とし、高さは A 、 B の x 座標の絶対値 (2 と 6)。

考7 A判の紙と相似 [4点]

答	$x = \sqrt{2}$	$A0$ の短い辺を 1、長い辺を x とすると、 $A1$ は短い辺 $\frac{x}{2}$ 、長い辺 1 の長方形。 $A0 \sim A1$ だから (長い辺) : (短い辺) が等しく $x : 1 = 1 : \frac{x}{2} \rightarrow x \times \frac{x}{2} = 1 \times 1 \rightarrow \frac{x^2}{2} = 1 \rightarrow x^2 = 2$ $x > 0$ だから $x = \sqrt{2}$ (≈ 1.41)
---	----------------	---

ポイント 答えは $\sqrt{2}$ 。 $\sqrt{\quad}$ の中の 2 はこれ以上簡単にできないので、これが最簡の形。分母に $\sqrt{\quad}$ は残っていないので有理化も不要。

検算 A4 判の実寸は $297\text{mm} \times 210\text{mm}$ 。 $297 \div 210 = 1.414\cdots = \sqrt{2}$ ✓

[配点表 (再掲)]						
区分	知技1	知技2	知技3	知技4	知技5	小計
配点	2×6 =12	3×5 =15	2×6 =12	3×3 =9	3×4 =12	60
区分	考1	考2	考3	考4	考5	考6・考7
配点	2×3 =6	6	3×2 =6	3×2 =6	3×2 =6	$6 + 4$ =10 (小計40)

合計 60点 + 40点 = 100点